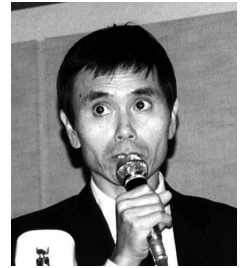


## DEA法による公立病院の生産性の分析 - 生産性変化の主因と最適生産規模 -

(スライド1)

国民の医療費高騰は先進国共通の財政上の問題になっておりますが、そのため医療施設における生産性の向上や効率的経営が必要とされています。医療施設のうち病院での医療費は、全医療費の約7割を占めておまして、今回医療施設のうち病院の生産性の変化につき分析を試みました。



今井学園 名古屋社会福祉・服飾専門学校 講師

山田 宣夫

(スライド2)

タイトルのDEAとは、Data Envelopment Analysis。包絡分析法の略で、詳しくは後で述べますが、最も生産性の高い事業体を示す生産性フロンティアのもとに、他の生産性の事業体が包み込まれるということから由来した言葉であります。

スライド1

国民医療費（平成七年度）		
	推計額（億円）	構成割合
一般医療費	218683	100%
病院	148542	68%
一般診療所	70141	32%

資料出所 厚生省統計情報部 「国民医療費」  
(日医ニュース 平成9年10月20日 より)

(スライド3)

公営企業年鑑に記載の愛知県内の公立病院の中から、精神病院とか結核病院等の特殊病院は除外しまして、1971年から20年間連続的に稼働できた24病院を対象にしました。病院名と設立母体と参照時の番号です。

スライド2

DEA  
Data Envelopment Analysis（包絡分析法）  
(Charnes ら 1994)

(スライド4)

方法の最初に、n 個の事業体( Decision Making Unit )の中で、ある事業体の投入(x)産出(y)の対を(x, y)で表した。その時に生産性(x / y)を相対比較するということです。生産可能集合をP とし、このP に関して次のスライドに移ります。

スライド3

設立母体	病院	病院番号
名古屋市	東市民	1
	守山市民	2
	城西	3
	城北	4
	鶴市民	5
豊橋市	豊橋市民	6
	市民病院桜ヶ丘分院	7
岡崎市	岡崎	8
一宮市	一宮市民	9
半田市	半田	10
春日井市	春日井市民	11
豊川市	豊川市民	12
津島市	津島市民	13
西尾市	西尾市民	14
蒲郡市	蒲郡市民	15
常滑市	常滑市民	16
尾西市	尾西市民	17
小牧市	小牧市民	18
稲沢市	稲沢市民	19
新城市	新城市民	20
木曾川町	木曾川	21
東栄町	国民医療	22
公立尾鷲病院組合	公立尾鷲	※1 23
公立陶生病院組合	公立陶生	※2 24

注 ※1 5自治体 (基目寺町, 大治町, 美和町, 七宝町, 新川町)が母体  
※2 3自治体 (瀬戸市, 尾張旭市, 長久手町)が母体

スライド4

生産性の比較

n 個の事業体 (Decision Making Unit=DMU) のなかである事業体の 投入(x)産出(y)の対を (x, y) で表し 生産性 産出(y)/投入(x) を相対比較する。  
活動の集合を生産可能集合と呼び記号P で表す。

(スライド5)

このような仮定を設けます。1番目は $(x, y)$ はPに属する、2番目はk倍の $(x, y)$  即ち $kx, ky$ はPに属する、ということで「規模に関する収穫一定」の仮定です。

3番目はxより大きいxバーとyより小さいyバーを満たす $(xバー, yバー)$ はPに属する。つまりxに対して余剰の投入をもち、またyに対して不足の産出をもつ活動はPに属する。そういう仮定です。

(スライド6)

4つの事業体A, B, C, Dで、まず今の考えをお話しますと、1投入1産出ということで、例えばAで見ますと、2人がいて売り上げが2であるということです。そうするとこの場合は、 $y/x$ で労働生産性が1番良いパフォーマンスを示すのはCです。

Cを基準としたときの相対的なA, B, Dの生産性をDistance Functionと定義するわけですが、それはCを1としたときに、例えばBですと4/3が半分になって2/3になる。そういうような形で計算します。

(スライド7)

今のと同じグループで、Cが1番良いパフォーマンスを示しておりましたが、結局Cと原点を結ぶ線が生産性フロンティアということになります。その他のA, B, Dがその中に含まれております。

(スライド8)

こういうふうな数になった場合は、BのDistance Functionは $b/c$ で表します。この場合はアウトプットを基準にしてDistance Functionを出しておりますので、アウトプットDistance Functionとも言います。

(スライド9)

今のは1投入1産出の場合ですが、これが両方とも複数の場合、上は、産出は $y_1$ から $y_s$ で、その次のkは、DMUのkと言いますが、そのウエイトを $U_1 \sim U_s$ までかけてそれを合計します。下は、投入に関してやはり1からm個の投入がある場合に、それを $v_1$ から $v_m$ のウエイトをかけまして、下に

スライド5

Pに対して次の仮定をもうける。

- (A1) 現存の各活動 $(x, y)$ はPに属する。
- (A2) Pに属する活動 $(x, y)$ に対して、それをk倍した活動 $(kx, ky)$ は、Pに属する。

「規模に関する収穫一定」(Constant ReturnstoScale=CRS)

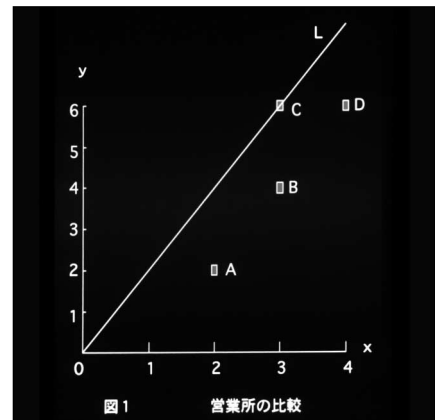
- (A3) Pに属する任意の活動 $(x, y)$ に対して $x \geq x, y \leq y$ を満たす $(x, y)$ は、Pに属する。

xに対して余剰の投入をもち、  
yに対して不足の産出を持つ活動は可能である。

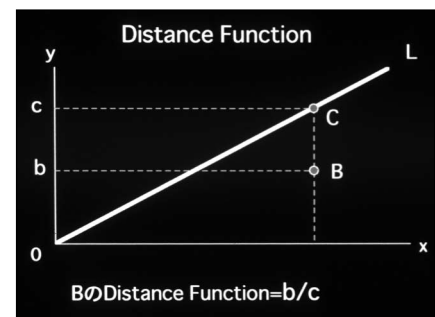
スライド6

営業所の比較				
営業所(DMU)	A	B	C	D
売上(産出Y)	2	4	6	6
人数(投入X)	2	3	3	4
生産性(Y/X)	1	4/3	2	3/2
Distance Function	1/2	2/3	1	3/4

スライド7



スライド8



あるように仮想的投入と仮想的産出の比でもって  $\theta$  を出します。

(スライド10)

この  $\theta$  を、そのグループ内で最大化するように、この分数計画問題を解きます。ここにありますがように 1 ~ n 個のDMU がありますけども、このnは全ての組み合わせでもってたかだか1であるということが1つの制約条件になります。それから各ウエイトは全て正であることも制約条件となります。

今DMU<sub>k</sub>のDistance Function を出しますので、それを最高にするような  $\theta$  がkのDistance Functionということになります。

(スライド11)

2期間の比較をするときには、例えば t 期の投入、産出を、 $x^t, y^t$ 、右肩の t は乗数ではなくて t 期という意味です。次期は $x^{t+1}, y^{t+1}$ 期。それで t 期の Distance Function を $D_t(x^t, y^t)$ と書きます。t + 1期の Distance Function は $D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$ と書きます。

問題は t 期から t + 1期にどういうふうに生産性が変わったかということです。ですから基準の期を決めてそこから変化を見ないといけません。

(スライド12)

まず t 期のフロンティアで評価しますから、t 期のはそのままいいですけど、t + 1期... 次期はここを t で評価するということです。それでこの比 $E_t$ をとります。分母が t 期で評価した、分子が t 期で評価した次期のインプット、アウトプットです。

(スライド13)

ですから t 期のフロンティアはこのL(t)です。このB点はt + 1期ですけども、この時のDistance Function はc / dということになります。

スライド12

DMU <sub>k</sub>		Distance Function (t 期フロンティア)	
t 期	$x^t \quad y^t$	$D_t(x^t, y^t)$	
t + 1期	$x^{t+1} \quad y^{t+1}$	$D_t(x^{t+1}, y^{t+1})$	

$$E_t = \frac{D_t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_t(x^t, y^t)}$$

スライド9

$$\begin{aligned} \text{仮想的産出} &= u_1 y_{1k} + u_2 y_{2k} + \dots + u_s y_{sk} \\ \text{仮想的投入} &= v_1 X_{1k} + v_2 X_{2k} + \dots + v_m X_{mk} \\ \theta &= \frac{\text{仮想的産出}}{\text{仮想的投入}} \end{aligned}$$

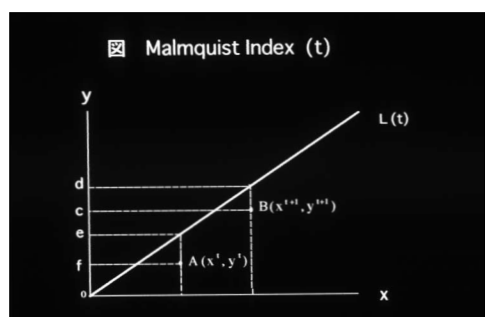
スライド10

$$\begin{aligned} \max \theta &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \\ \text{s.t.} \quad &\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1 \quad (j=1, \dots, n) \\ &v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \\ &u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \end{aligned}$$

スライド11

DMU <sub>k</sub>		Distance Function	
t 期	$x^t \quad y^t$	$D_t(x^t, y^t)$	
t + 1期	$x^{t+1} \quad y^{t+1}$	$D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$	

スライド13



(スライド14)

今度はt + 1期...次期の生産性フロンティアで、1期前のt期を評価するというこ  
とで、ここがt + 1になってます。これも  
分母がこういうふうな形で生産性の変化を  
とります。これをE<sub>t+1</sub>というふうに名付  
けます。

(スライド15)

t + 1期のフロンティアL(t+1)でもって、  
t期の評価をするということはf / bという  
ことになります。

(スライド16)

今E<sub>t</sub>とE<sub>t+1</sub>というのが出ましたけれど  
も、この2つの幾何平均を生産性変化の  
指標にしようということで、Malmquist  
Index というものが作られました。

(スライド17)

この Index を分解しますとこうなります。  
中段の式の第一項の分母はt期で見たt期  
の投入・産出、分子はt + 1期で見た投  
入・産出ですから、フロンティアに対して  
どれだけ離れているかというDistance  
Function の変化を見ているということに  
なります。ですからこれを efficiency  
change(効率性の変化)と言っています。

中段の式の第二項は実はA点B点のそれ  
ぞれの値はキャンセルされて、フロン  
ティアのシフトを表すことになります。つ  
まりこれはフロンティアがt期からt + 1期  
までシフトしたときの、その動きを見るこ  
とになります。ですからフロンティアがシ  
フトするということは、技術的な変化を見  
ているということになります。

(スライド18)

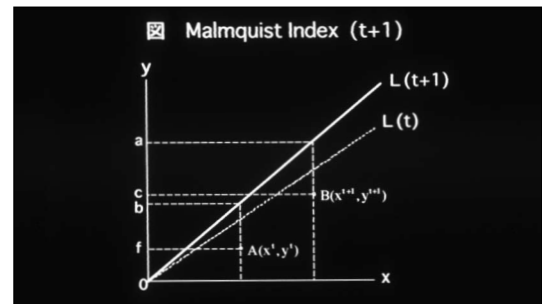
ですから先程の efficiency change とい  
うのは、この全体分の白の割合の変化をま  
ず見ているということ、それから2個目の  
technical change の方は、このL(t) から  
L(t + 1) への変化を見ている。そういうこ

スライド14

DMU <sub>k</sub>		Distance Function (t + 1期フロンティア)
t期	x <sup>t</sup> y <sup>t</sup>	D <sub>t+1</sub> (x <sup>t</sup> , y <sup>t</sup> )
t+1期	x <sup>t+1</sup> y <sup>t+1</sup>	D <sub>t+1</sub> (x <sup>t+1</sup> , y <sup>t+1</sup> )

$$E_{t+1} = \frac{D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{t+1}(x^t, y^t)}$$

スライド15



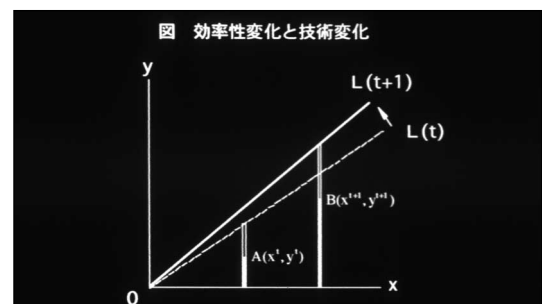
スライド16

$$\begin{aligned} \text{Malmquist Index} &= \sqrt{E_t \times E_{t+1}} \\ &= \sqrt{\frac{D_t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_t(x^t, y^t)} \times \frac{D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{t+1}(x^t, y^t)}} \end{aligned}$$

スライド17

$$\begin{aligned} M(t, t+1) &= \sqrt{\frac{D_t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_t(x^t, y^t)} \times \frac{D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{t+1}(x^t, y^t)}} \\ &= \frac{D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_t(x^t, y^t)} \times \sqrt{\frac{D_t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \times \frac{D_t(x^t, y^t)}{D_{t+1}(x^t, y^t)}} \\ &= EC(t, t+1) \times TC(t, t+1) \end{aligned}$$

スライド18



とになって Malmquist-index というものが効率性変化と技術変化の2つに分解できるということになるわけです。

(スライド19)

経年的に生産性を見るために、今回は19年ですけれども、各 Malmquist-index を累積した累積 Malmquist-index を出しました。

(スライド20)

technical も efficiency もそれぞれ分解したのも、同じように累積いたしました。

(スライド21)

生産性の技術変化のフロンティアを押し進めるのはどういうDMUであるかというところで、フェアらの3つの条件を満たすものを、技術進歩を押し進めたリーダーの条件ということで提示しました。

この1つ1つの意味は、次のスライドに書かれています。

(スライド22)

テクニカルチェンジが1より大きいということは、t期からt+1の間に技術的進歩があるということです。それでt期から見た次期の生産性は1を超えている。その結果として、t+1期ではDistance Functionが1になった。フロンティアに立ったということです。この条件を満たしたDMUが技術進歩のリーダーであるといえます。

(スライド23)

最後に規模の効率性の指標 (Scale Efficiency) ですが、今Constant Returns to Scale の話でずっとやってきました。その仮定をはずし、規模に対する収穫は可変的である (Variable Returns to Scale = VRS) という仮定でもってDistance Functionを出します。

スライド19

累積マームキスト指標 accumulated Malmquist Index

$$a - M(n) = \prod_{t=1}^{n-1} M(t, t+1)$$

スライド20

accumulated Efficiency Change

$$a - E(n) = \prod_{t=1}^{n-1} EC(t, t+1)$$

accumulated Technical Change

$$a - T(n) = \prod_{t=1}^{n-1} TC(t, t+1)$$

スライド21

リーダーの条件 (Fare1992)

- 1,  $TC(t, t+1) > 1$
- 2,  $D_t(x^{t+1}, y^{t+1}) > 1$
- 3,  $D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) = 1$

スライド22

リーダーは、t期からt+1期に技術的進歩があり(条件1)

$$TC(t, t+1) > 1$$

t期からみたt+1期の生産性は、向上しており(条件2)

$$D_t(x^{t+1}, y^{t+1}) > 1$$

t+1期では生産性フロンティア上にたつ(条件3)

$$D_{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) = 1$$

スライド23

規模の効率性指標 (Scale Efficiency)

Constant Returns to Scale=CRS  $D_t(x^t, y^t)_{CRS}$

Variable Returns to Scale=VRS  $D_t(x^t, y^t)_{VRS}$

(スライド24)

L(CRS)線がConstant Returns to Scale の  
フロンティアのラインですけども、Variable  
Returns to Scale の場合は、このCBDを結ん  
だグレーの線ですね。グレーの線とX軸に囲  
まれたところが生産可能集合となります。

(スライド25)

これは Variable Returns to Scale のときの  
Distance Function を出すための分数計画問  
題です。

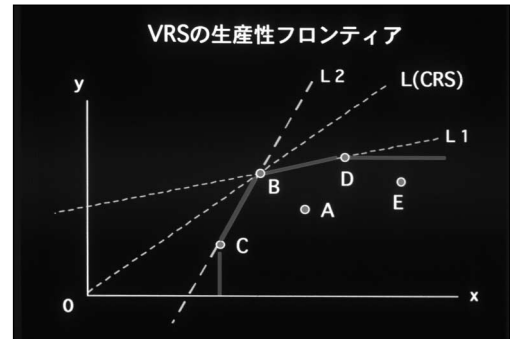
(スライド26)

Scale Efficiency は Distance Function の比(VRS と CRS の間の)で出します。図解しますと

スライド25

$$\begin{aligned} \max \theta &= \frac{u_1 y_{1k} + u_2 y_{2k} + \dots + u_s y_{sk} - w}{v_1 x_{1k} + v_2 x_{2k} + \dots + v_m x_{mk}} \\ \text{s.t.} \\ \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj} - w}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} &\leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \quad u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \end{aligned}$$

スライド24



スライド26

Scale Efficiency

$$SE = \frac{D_t(x^t, y^t)_{CRS}}{D_t(x^t, y^t)_{VRS}}$$

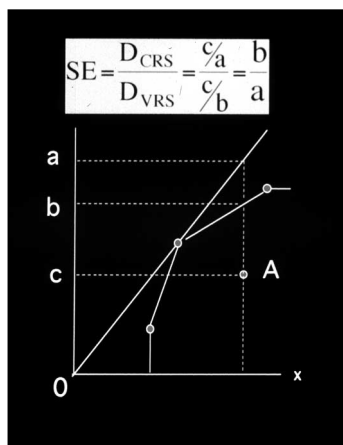
(スライド27)

c/aが Constant Returns to Scale のDistance Function で、c/bが Variable Returns to Scale のDistance Function です。Aの Scale Efficiency は b / a となります。

(スライド28)

生産主体としての病院で、投入変数としては、資本ストックは総ベッド数を取りました。労働投入としては総従業員数。それから産出は医療収益。消費者物価数で実質化した。

スライド27



スライド28

生産主体としての病院

投入変数  
資本ストックについては、総ベッド数 (床)  
労働投入としては、総従業員数 (人)

産出変数  
医療収益 (円)  
消費者物価指数にて実質化

(スライド29)

これは20年間の Malmquist-index. 年平均4%の増加です。

スライド29

Malmquist Index (geometric means)			
期間	M	e	t
71- 72	1.101	1.038	1.061
72- 73	1.118	0.961	1.164
73- 74	1.057	1.072	0.986
74- 75	1.075	1.007	1.068
75- 76	1.047	0.959	1.091
76- 77	0.989	0.965	1.025
77- 78	1.090	1.083	1.006
78- 79	1.008	0.993	1.015
79- 80	0.982	1.045	0.940
80- 81	0.999	1.024	0.976
81- 82	1.045	0.993	1.052
82- 83	1.036	0.955	1.084
83- 84	1.010	0.972	1.040
84- 85	1.059	1.029	1.029
85- 86	1.066	0.835	1.277
86- 87	1.068	1.062	1.006
87- 88	1.006	0.984	1.023
88- 89	1.035	1.031	1.004
89- 90	0.988	0.983	1.005
geo- mean	1.040	0.998	1.042

M : Malmquist Indexの平均  
e : efficiency changeの平均  
t : technical changeの平均

(スライド30)

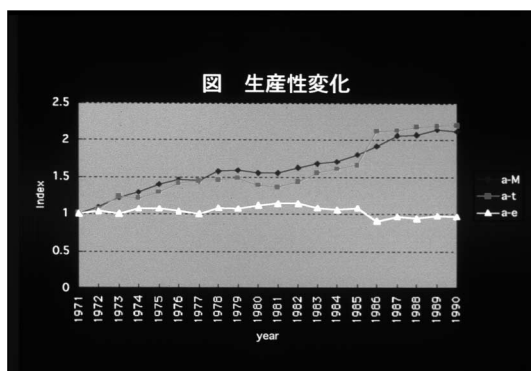
累積の Malmquist-index は一番濃い実線で示しましたが、71年から20年で約2倍に増えております。その分解では technical change を点線、efficiency change を白線で示しましたが、生産性向上の主因は technical change によるものでした。efficiency change はほとんど寄与していないということになります。

(スライド31)

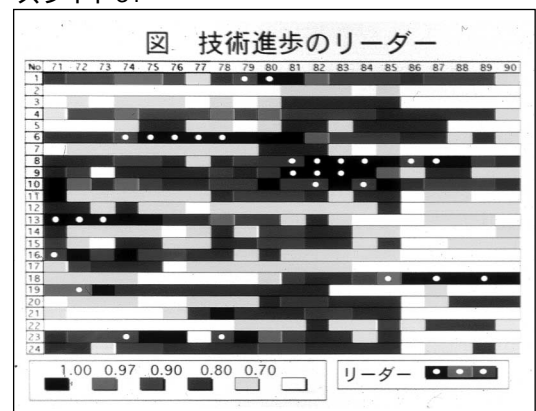
各年、各病院のDistance Function を示しました。フロンティアが黒で、7以下が白。あとグレーの色合いで Distance Function が増えていくのを図示したものです。

また、先程のフェアらのリーダーの条件を満たしたものを で打ちました。そうすると、この の位置は色々ちらばっておりますけども、だいたい5年くらいしたら次の病院に技術進歩のリーダーが変わっているというようなことがわかりました。リーダーの病院の平均のベット数は456ですから、やはり技術進歩に向かうフロンティアの病院というのは、大きな規模の病院が多いということがわかりました。

スライド30



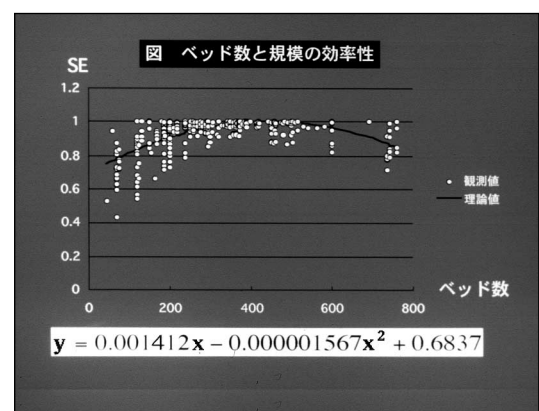
スライド31



(スライド32)

これは Scale Efficiency を、20年間24病院の全てのポイントをプロットしました。x軸がベット数で、y軸が Scale Efficiency です。回帰曲線がこういうふうに出まして、マキシマムが450.5。ですからこのグラフで言えば最適生産規模 (Maximum Productivity Scale Size) というのが450ベットであるということが、危険率1%で言えます。

スライド32



(スライド33)

これはDEAによる先行研究をまとめたものです。

(スライド34)

結論としましては、生産性が2倍に上昇。その主因は技術変化であり、効率の変化はなかった。技術進歩をもたらすリーダー的病院は、比較的規模の大きい病院が多く、そのリーダー的地位を長期に維持することはできなかつた。規模の効率性より、最適生産性を示すベット数は450床であった。以上です。

スライド33

**DEAによる病院生産性の研究**

国名	調査年	病床数	期間	input	output	目的	方法	結果
Burgess	USA	1545	85-88	急性患者用ベッド数 慢性患者用ベッド数 看護職員数 看護補助員数 事務員数 急性患者介護人数	急性患者入院日数 慢性患者入院日数 外患者数 外手術数 入院手術数	設立母体比較	M*	M* 平均0変化なし で生産性低下
Bruning	USA	1254	85	ベッド数 医師数 登録看護婦数 看護婦数 その他の職員数	成人患者入院日数 小児患者入院日数 その他の急性患者入院日数 慢性患者入院日数 重症患者入院日数	設立母体比較	D**	評判病院、 非評判病院で 生産性の差なし 場所による差 大きい
Fareh	Sweden	17	70-85	輸血品費用 総職員数	重症患者数 慢性患者入院日数 外患者数	変化の傾向	M	17病院中 4病院 IC上昇 5病院 IC上昇 3病院 M上昇
Grosskopf	California	82	82	総資産 入院数 手術数 看護職員数	急性患者入院日数 慢性患者入院日数 手術数 外患者数	設立母体比較	D	生産性は 公共病院が 非評判病院より 大きい

M\* = Malmquist Index      D\*\* = Distance Function

スライド34

**結論**

- 1、19年間で生産性は2倍に上昇、その主因は技術変化であり効率の変化はなかった。
- 2、技術進歩をもたらすリーダー的病院は比較的規模の大きい病院が多くそのリーダー的地位を長期に維持することは出来なかった。
- 3、規模の効率性より、最適生産性を示す病院の規模（ベット数）は450床であった。